天津市高等院校“高职升本科”招生统一考试

高等数学考试大纲（2023 年 9 月修订）

一、考试性质

天津市高等院校“高职升本科”招生统一考试是由合格的高职高专毕业生参加的选拔性考试．高等院校根据考生的成绩，按照已确定的招生计划，择优录取．因此，考试应该具有较高的信度、效度、适当的难度和必要的区分度．

二、考试内容与基本要求

（一）能力要求

高等数学考试是对考生思维能力、运算能力和实践能力的考查．

思维能力表现为对问题进行分析、综合，科学推理，并能准确地表述．数学思维能力表现为以数学知识为素材，通过归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明和空间想象等诸方面对客观事物的空间形式和数量关系进行思考和判断．

运算能力表现为根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理，能根据问题的条件，寻找与设计合理、简洁的运算途径．运算包括对数字的计算，对式子的组合变形与分解变形，对几何图形各几何量的计算求解等．

实践能力表现为综合应用所学基本概念、基本理论等数学知识、数学思想和方法解决生产、生活和相关学科中的简单数学问题．

（二）内容与要求

《高等数学》科目考试要求考生掌握必要的基本概念、基础理论、较熟练的运算能力，在识记、理解和应用不同层次上达到普通高校（工科专业）专科生高等数学的基本要求，为进一步学习奠定基础．

对考试内容的要求由低到高分为了解、理解、掌握、灵活和综合运用四个层次，且高一级的层次要求包含低一级的层次要求．

了解(A)：对所列知识内容有初步的认识，会在有关问题中进行识别和直接应用．

理解(B)：对所列知识内容有理性的认识，能够解释、举例或变形、推断，并利用所列知识解决简单问题．

掌握(C)：对所列知识内容有较深刻的理性认识，形成技能，并能利用所列知识解决有关问题．

灵活和综合运用(D)：系统地把握知识的内在联系，并能运用相关知识分析、解决较复杂的或综合性的问题．

具体内容与要求详见表 1—表 7.

函数，极限，连续性 表 1

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">考 试 内 容</th><th colspan="4">考 试 要 求</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr>
<tr><td rowspan="5">函
数</td><td>函数概念的两个要素（定义域和对应规则）</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>分段函数</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td>函数的奇偶性，单调性，周期性和有界性</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td>反函数，复合函数</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>基本初等函数的性质和图像，初等函数</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="7">极
限</td><td>极限（含左、右极限）的定义</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>极限存在的充要条件</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td>极限四则运算法则</td><td></td><td></td><td></td><td>√</td></tr>
<tr><td>两个重要极限</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td>无穷大、无穷小的概念及相互关系，无穷小的性质</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>无穷小量的比较</td><td></td><td></td><td>√</td><td></td></tr>
<tr><td>用等价无穷小求极限</td><td></td><td></td><td></td><td>√</td></tr>
<tr><td rowspan="4">连
续
性</td><td>函数在一点处连续、间断的概念</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>间断点的类型：包括第一类间断点（可去间断点，跳跃间断点）及第二类间断点</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>初等函数的连续性</td><td></td><td></td><td></td><td>√</td></tr>
<tr><td>闭区间上连续函数的性质（介值定理，零点定理和最大值、最小值定理）</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

一元函数微分学 表 2

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">考 试 内 容</th><th colspan="4">考 试 要 求</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>导数的概念及其几何意义</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>可导性与连续性的关系</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

导数与微分	平面曲线的切线方程与法线方程			√	
	导数的基本公式，四则运算法则和复合函数的求导方法				√
	微分的概念，微分的四则运算，可微与可导的关系		√		
	高阶导数的概念	√			
	显函数一、二阶导数及一阶微分的求法				√
	隐函数及由参数方程所确定的函数的求导方法			√	
	由参数方程所确定的函数的二阶导数	√			
中值定理与导数应用	罗尔定理和拉格朗日中值定理及推论	√			
	罗必达法则				√
	未定型的极限			√	
	函数的单调性及判定				√
	函数的极值及求法			√	
	函数曲线的凹凸性及判定，拐点的求法	√			
	函数的最大值、最小值		√		

一元函数积分学 表 3

考　试　内　容		考试要求			
		A	B	C	D
不定积分	原函数的概念、原函数存在定理	√			
	不定积分的概念及性质		√		
	不定积分的第一、二类换元法，分部积分法				√
	简单有理函数的积分	√			
定积分	定积分的概念及其几何意义		√		
	定积分的基本性质		√		
	变上限函数及导数		√		

	牛顿—莱布尼兹公式，定积分的换元法和分部积分法				√
定积分的应用	平面图形的面积			√	
	旋转体的体积		√		

向量代数与空间解析几何 表 4

考　试　内　容		考试要求			
		A	B	C	D
向量代数	空间直角坐标系，向量的概念，向量的坐标表示法		√		
	单位向量及方向余弦		√		
	向量的线性运算，数量积和向量积运算			√	
	向量平行、垂直的充要条件			√	
空间解析几何	平面的方程及其求法			√	
	空间直线的方程及其求法			√	
	平面、直线的位置关系（平行、垂直）		√		

多元函数微分学 表 5

考　试　内　容		考试要求			
		A	B	C	D
多元函数的极限与连续	多元函数的概念，二元函数的定义域	√			
	二元函数的极限与连续性	√			
偏导数与全微分	偏导数的概念		√		
	二元函数一、二阶偏导数的求法				√
	求复合函数与隐函数的一阶偏导数 （仅限一个方程确定的隐函数）		√		

偏导数的应用	二元函数的全微分		√		
	二元函数的无条件极值			√	
	空间曲面的切平面方程和法线方程		√		

二重积分 表 6

考　试　内　容		考试要求			
		A	B	C	D
概念与计算	二重积分的概念及性质、几何意义	√			
	直角坐标系下计算二重积分		√		
	交换积分次序	√			
	极坐标系下计算二重积分	√			

常微分方程 表 7

考　试　内　容		考试要求			
		A	B	C	D
概念	常微分方程的解、通解、初始条件和特解的概念	√			
一阶方程	一阶可分离变量方程			√	
	一阶线性方程			√	
二阶方程	二阶常系数线性齐次微分方程		√		

三、考试形式与试卷结构

考试为闭卷、笔试，试卷满分为 150 分，考试限定用时为 120 分钟．

全卷包括 I 卷和 II 卷，I 卷为选择题，II 卷为非选择题．试题分选择题、填空题和解答题三种题型．选择题是四选一类型的单项选择题；填空题只要求直接填写结果，不要求写出计算过程或推证过程；解答题包括计算题、证明题和应用题等，解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程．三种题型（选择题、填空题和解答题）题目数分别为 6、6、5，整卷共 17 道题；选择题和填空题约占总分的 48%左右，解答题约占总分的 52%左右，试卷包括容

易题、中等难度题和较难题，总体难度适当，以中等难度题为主.

四、题型示例

为了便于理解考试内容和要求，特编制下列题型示例，以供参考. 所列样题力求体现试题的各种题型及其难度，它与考试时试题的数目、题序安排、考查内容、难度没有对应关系.

（一） 选择题

1．函数 $f(x)=\sqrt{4-x^2}+\ln(x-1)$ 的定义域为

A．$[1,2]$　　B．$(1,2]$　　C．$(-2,1)$　　D．$[-2,1)$

答案：B

2．当 $x\to 0$ 时，与 x 等价的无穷小量是

A．$\tan x$　　B．$2\sin x$　　C．$\mathrm{e}^{2x}-1$　　D．$\ln(1-x)$

答案：A

3．$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_0^x \cos t^2 \mathrm{d}t=$

A．$-\sin x^2$　　B．$-2x\sin x^2$　　C．$\cos x^2$　　D．$2x\cos x^2$

答案：C

（二） 填空题

1．极限 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}=$____________.

答案：$\dfrac{3}{2}$

2．函数 $f(x)=x^2+\mathrm{e}^x$ 在 $x=0$ 处的二阶导数的值为____________.

答案：3

3．函数 $z=\ln(3x-y)$ 的全微分 $\mathrm{d}z=$____________.

答案：$\dfrac{3\mathrm{d}x-\mathrm{d}y}{3x-y}$

（三） 解答题

1．求二元函数 $f(x,y)=x^3+y^3-3xy+5$ 所有的极值点和极值

答案：

解：由方程组 $\begin{cases} f'_x=3x^2-3y=0, \\ f'_y=3y^2-3x=0 \end{cases}$ 得驻点 $(0,0)$，$(1,1)$.

又 $A=f''_{xx}=6x$，$B=f''_{xy}=f''_{yx}=-3$，$C=f''_{yy}=6y$.

对于驻点 $(0,0)$：$A=0$，$B=-3$，$C=0$，由 $B^2-AC=9>0$ 知 $(0,0)$ 不是极值点.

对于驻点$(1,1)$：$A=6$，$B=-3$，$C=6$，由$B^2-AC=-27<0$且$A>0$知$(1,1)$是极小值点，极小值$f(1,1)=4$.

因此，函数$f(x,y)$有极小值点$(1,1)$，极小值为4.

2．求通过直线$l_1:\begin{cases} x=2t-1, \\ y=3t+2, \\ z=2t-3 \end{cases}$和直线$l_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{2}$的平面$\Pi$的方程.

答案：

解：由题意知l_1和l_2的方向向量$\boldsymbol{s}_1=\boldsymbol{s}_2=(2,3,2)$，取直线$l_1$上一点$P_1(-1，2，-3)$，取直线$l_2$上一点$P_2(3,-1,1)$，

则平面Π的法向量

$$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{s}_1\times\overrightarrow{P_1P_2}=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & -3 & 4 \end{vmatrix}=18(1,0,-1),$$

故平面Π的方程为$(x+1)-(z+3)=0$，整理得$x-z-2=0$.